

学 位 論 文 題 名

DIAC SEA AND CHIRAL ANOMALY

(ディラックの海とカイラル量子異常)

学位論文内容の要旨

一般に古典的な系で存在した対称性が量子論のレベルで破れる現象は、量子異常（アノマリー）と呼ばれている。ここでは特に以下で問題にするカイラルアノマリーについて、もう少し詳細に述べておこう。ゲージ理論が古典論において有する対称性が、その基本であるゲージ対称性と（質量による自明な破れを除いた）カイラル対称性であるとき、発散のないトリートメントに於いては両者共に保存するが、ループ図形に於いては発散が存在するためにそこでは理論がきちんと定義されておらず、その発散を有限化する”正則化”という処方を手で導入することになる。その際、基本的な対称性であるゲージ対称性を保持するように正則化を行なう限りどうしてもカイラル対称性が破れてしまう、これがカイラルアノマリーである。アノマリーは1969年のAdlerによる発見以来、実験事実の説明（ $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ 等）や統一理論の構成のための重要な手掛かりとして、バリオン数非保存を与える模型として、そしてまた場の理論とトポロジーを結び付ける物理的、数学的興味の対象として等、多くの応用を持ち、華々しい展開がなされてきた。

この対称性の量子論的破れという極めて注目すべき現象に対する物理的解釈が本論文の目的である。Nielsen、二宮、Ambjørn等はこれに対し、次のような解釈をおこなった。簡単のため質量が零の電子に話を限って考え、電子の真空に対して外部電磁場を $E \cdot B \neq 0$ のように加える。解析の為にまず、磁場 B のみが系に存在すると考え、電子の分散関係を調べると、正のカイラリティの電子に対して無限個のランダウ準位の他にひとつだけ、 $\omega = P_z$ （磁場は Z 軸方向）なる直線的な分散が現われる。この直線上において、 $P_z < 0$ の部分は負エネルギー状態に対応し、Diracの空孔理論に従ってそこには電子が詰まっている。このような系に対し、電場を Z 軸の負方向に加えることにすれば負エネルギー状態に詰まっていた電子は Z

軸の正方向に加速され、この直線上を這い上がって行くことになる。さらに負のカイラリティーの電子に対しては分散関係の符号が逆転しているので今度は分散の直線上を下っていくことになる。こうして真空の上面にカイラリティーが生成することになり、以上の半古典的な議論より得られたカイラリティーの変化率は、摂動計算で得られるアノマリーから求めたものと比較できる。その結果は見事に一致しており、このことから彼らは『アノマリーとは、Diracの海の海面におけるレベルシフトである』と結論した。それでは摂動計算の際に本質的であると思われた正則化の手続きは今の議論のどこに含まれているのだろうか。これに対しては通常、次のように答えられている。理論はそもそもカイラル不変にできているのであるから、Diracの海の上面で発生したカイラリティーは海の底で発生したカイラリティーと打ち消し合い、全体としては中性を保つと考えられるが、その底での影響は海の底が無限に深いために見えない、あるいは正則化が理論の高エネルギー部分をカットすることによって、底の影響を切り捨ててしているとみなすのである。

以上の考察から次のような問題を提起する。まず第一に、このレベルシフトによるアノマリーの説明は、Diracの真空の上に励起されるカイラリティーとしてカイラルアノマリーをうまく説明するだけでなく、その存在が考えるフェルミオンの真空の構造に大きく依存していること、つまり、Dirac真空の境界の数が奇数か偶数かによってアノマリーの存否が異なることを示唆する。しかしこの議論は上述のように、外部電磁場（しかも磁場が与えられた後に、電場が断熱的に挿入される）がディラックの真空に加えられた、という特殊な状況下でのものであり、より一般的な状況を扱う摂動論に於いてそれが成立するかどうかは必ずしも自明ではない。第二に、カイラル対称性の破れの本質的な原因は、正則化そのものにあるのか、あるいはもっと他に破れの必然的な理由が存在していて、正則化は単にそれを”目に見える”ようにしただけなのか、ということである。この2つの立場は前節のアノマリーの物理解釈を用いて以下のように言い換えることができる。（A）理論はもともと対称性を持っていたのだから、ディラックの海の底にはシフトの構造が存在し全体としてはカイラリティー中性を保っているのだが、正則化が底の寄与を切り捨てている。あるいは、（B）無限の底、及び、底でのレベルシフトを問うことは（何らかの理由によって）本質的に無意味であり、底の影響は見る事が出来ない。従って正則化は単

に無限大をカットしただけで対称性の破れの本質ではない。

以上、2つの問題がこの論文の出発点である。第一の問題に対しては、どのように摂動計算の中にディラック真空の構造が反映されているのかを見極めることが重要である。そこで、 e^2 のオーダーの真空偏極のダイアグラムを遅延グリーン関数を用いて書き直すことによって、外部光子とディラック真空内の負エネルギー電子とのトリートの相互作用の形に書けることに注目する。即ち、フェルミオンのファインマン伝搬関数を遅延グリーン関数プラス α と書くと、この α にはディラック真空の情報が十分に盛り込まれていることがわかる。これを用いて、真空の境界の数に対するアノマリーの応答を摂動論的に調べることができる。結果として、確かに境界の数が偶数の時、カイラル不変性がゲージ不変性を尊重しながら成立できること、そしてそれはディラックの海の上面に発生したカイラリティーを、下面に生じた負エネルギー電子の持つカイラリティーが中和していることが確認できる。一方、境界の数が奇数のときは真空がローレンツ不変性を持たなくとも、通常のアノマリーが現われることがわかった。次に、第二の問題であるが、二つの立場(A)、(B)のうち、(A)の立場に立って計算を行なってみる。これは第一の問題で境界の数を2とし、その底の境界の深さ Λ を後に無限大に持っていくという極限操作に対応する。このとき確かにアノマリーは存在せず、 Λ より小さなエネルギースケールでの正則化がアノマリーを生じさせているように思えるが、この場合は真空がトリートレベルで本質的に安定性を失うことが水素原子の安定性から評価できる。つまり(A)の立場は水素原子の寿命を0にしてしまい極めて非物理的である。そこで逆に寿命を有限に保つ条件を要求すると、無限の底での構造を問うことは無意味となり、アノマリーはディラック真空の安定性の条件より必然的に現われる産物であることがいえる。ここで(A)にあるように、理論に”手で”導入したものは正則化しかないと考え、”正則化が対称性を破った”と考えるのは正しくない。つまりディラック真空の構造はラグランジアンの対称性とは無関係に導入されたものであり、以上の結論はディラック真空の(安定な)構造がカイラル対称性を破ったとみなすべきことを示している。

以上のようにカイラルアノマリーの物理的解釈に関する2つの問題とそれに対する解答を与え、カイラルアノマリーの物理的意味をより明確にしたのが本論文の内容である。

学位論文審査の要旨

主査	教授	藤井寛治
副査	教授	石川健三
副査	教授	金沢昭
副査	教授	岩田健三
副査	教授	大川房義

学位論文題名

Dirac sea and chiral anomaly

(ディラックの海とカイラル量子異常)

古典的な物理系において成立している対称性が量子論において破れる現象を量子異常（アノマリー）と呼んでいる。問題としている対称性に対応したカレントの時間・空間座標に関する発散は0になる、つまり保存則が成立しているはずであるが、量子論では必ずしも0とならない場合があり、それが量子異常項を与えている。質量0のフェルミオン場とゲージ場の共存する物理系は、古典的にカイラル対称性を持っており、これが量子論的に破れてカイラル異常が生じる。量子色力学（QCD）と量子電磁力学（QED）により支配されている世界において、フェルミオンとしてのクォーク場からつくられる軸性カレントの発散をつくるとその異常項がゲージ場によって与えられ、それによって中性 π 中間子の2光子崩壊という日常的な現象が説明されることはよく知られていることである。本申請論文は、このカイラル異常性に関してその物理的根拠を立ち入って考察し、カイラル異常性の出現に関する論理構造の本質を明らかにし、それに基づいて従来よりも一般的なカイラル異常性に関する命題を導くことである。

そのために申請者は、ニールセン達により与えられたカイラル異常の出現に関する解釈を検討し、その解釈において外部電磁場を特別な仕方ディラックの海に加えて

いること、および正則化の役割が不明であることに注目した。申請者は、ディラックの海状態に関する電流・電流相関関数を調べ、フェルミオン場を正および負エネルギー固有関数で展開して、この相関関数を負エネルギー粒子が外電磁場と相互作用する、ループなしの図の和として表わした。これは、通常のようにフェルミオン場を粒子と反粒子固有関数で展開したとき、フェルミオンのファインマン伝播関数を遅延伝播関数と負エネルギーのオン・シェル伝播関数の和として書くことに相当する。このオン・シェル関数がディラック真空の情報をもっているので、それを通じて真空の構造、正則化、カイラル異常性の間の関係を容易にとらえることができ、さらにカイラル異常項の出現の論理構造をより一般的に表現することが可能になった。

先ずオン・シェル伝播関数についてディラックの海の正則化を行い、そのとき通常の $U(1)$ ゲージ対称性とカイラル対称性が成立することを $A-V-V$ 3 角図について示し、対応したワード・高橋等式がえられることを示した。この結果は、真空に層構造がある場合に拡張できる。すなわち真空の層の境界の数 N が正偶数のときは、カイラル異常項は存在せず、 N が正奇数のときは（その中で $N \geq 3$ では真空のローレンツ不変性が満たされないにもかかわらず）カイラル異常が存在する。この関係は、真空中に泡が存在しても同様に成立する。さらに、電荷の保存を導く $U(1)$ ゲージ対称性を保つとき、この異常項の存在にとって本質的なのは、正則化という処法ではなくて真空の安定性であることが結論された。

申請論文の内容は、用いられた定式化の新しさを含めて、カイラル異常性の論理構造について基本的な知見を加えたものと評価される。申請者はすでに 8 篇の原著論文を発表し、その中のいくつかは素粒子論研究者のみならず物性理論研究者にも関心をもたれており、今後とも理論物理学の展開に十分な寄与をなし得るものと考えられる。よって申請者が博士(理学)の学位を受ける十分な資格をもつものと判断した。